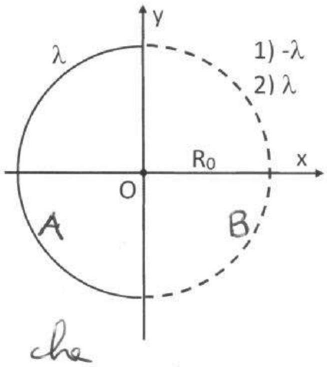
Prova scritta di Fisica 2 19.10.2017

Esercizio n.1 **[10 punti]**



In un piano è posta una circonferenza isolante di Raggio R_0 in cui la metà A (x<0) è caricata con una densità di carica lineare λ [vedi figura]. La metà B (x>0)è caricata con una densità lineare di carica -λ (caso 1), oppure λ (caso 2). Calcolare in modulo e verso il valore del campo Elettrostatico E nel punto O, nel caso 1 e nel caso 2.

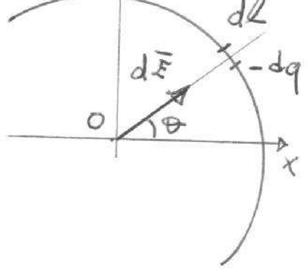
Dati: $R_0 = 4\ cm$; $\lambda = 9\ nC/m$

1) Per ogni elemento dl con carica negativa ce n'è uno positivo a 180° che genera un campo $d\bar{E}$ identico. Il campo totale sarà quindi $\int 2 d\bar{E}$; vettorialmente le E_Y si annulleranno; quindi:

$E_Y = 0$ [1]
$E_x = 2E(\lambda)$ [1]

$$E = E_x(\text{totale}) = \int dE_x(+\lambda; -\lambda) = 2\int dE_x[-\lambda]$$

$$= 2\int \frac{K|dq|\cos\theta}{R_0^2} = \frac{2K}{R_0^2}\int \lambda\, dl \cos\theta$$



$$= \frac{2K\lambda}{R_0^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} R_0\, d\theta \cos\theta = \frac{2K\lambda}{R_0}\left[\operatorname{sen}\theta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$E'_x = \underbrace{\frac{4\lambda K}{R_0}}_{=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 R_0}} = \frac{\cancel{4}\cdot 9\cdot 10^{-9}\cdot 9\cdot 10^{9}}{\cancel{4}\cdot 10^{-2}} = 8{,}1\cdot 10^{3}\ V/m \qquad \begin{cases} E'_Y = 0 \\ E'_2 = 0 \end{cases}$$

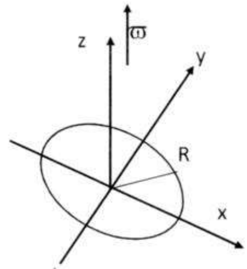
2) Se tutta la circonferenza è carica positivamente il campo in O sarà zero.

$\bar{E}_2 = 0$

1) 7
2) 3

Prova scritta di Fisica 2 19.10.2017

Esercizio n.2 **[10 punti]**



In un piano [x,y] è posto un disco sottile di raggio R, di materiale isolante, su cui è depositata una densità di carica superficiale $\sigma = c\, r$, dove r è la distanza dall'origine e c una costante positiva. Il disco ruota con velocità angolare costante $\bar{\omega} = \omega \cdot \hat{z}$.
Calcolare il momento magnetico associato al disco e la direzione che dovrebbe avere un campo $\bar{B}$ costante perché il sistema si trovi in condizioni di equilibrio stabile o, equivalentemente, di energia minima.

Dati: ***R = 10 cm ; c = 5 C/m^3 ; $\omega = \pi$ rad/s***

il momento magnetico totale si ha integrando il m.m. elementare $d\bar{m}$, dove $d\bar{m}$ è il m.m. di una sottile corona circolare di raggio r e spessore dr che porterà una corrente di uguale alla carica infinitesima posta sulla corona, che fa un giro completo nel periodo $T = 2\pi/\omega$

$$d\bar{m} = di \cdot \bar{S} \qquad di = \frac{dq}{T} = \frac{1}{T} dS \cdot \sigma = \frac{2\pi r \cdot dr \cdot c r}{T} =$$

$$= \frac{\cancel{2\pi}\, r^2\, dr\, c\, \omega}{\cancel{2\pi}} \left[= \sigma \omega r\, dr\right]$$

$$\text{quindi: } \bar{m} = \int_{S(R)} d\bar{m} = \int \frac{r^2\, dr\, c\omega\, \pi r^2}{1}\hat{z} = \pi\omega c \int_0^R r^4\, dr\, \hat{z}$$

$$= \frac{\pi\omega c R^5}{5}\hat{z} = \frac{\overset{10}{\cancel{\pi \cdot \pi}} \cdot \cancel{5} \cdot 10^{-5}}{\cancel{5}}$$

$$= 10^{-4}\ A \cdot m^2$$

L'energia del sistema $\bar{m} \oplus \bar{B}$ è:

$U = -\bar{m} \cdot \bar{B} = -mB\cos\theta(m,B)$ che

è minima per $\cos\theta = 1$ quindi per $\theta = 0$

Quindi $\hat{B} = \hat{m} = \hat{z}$

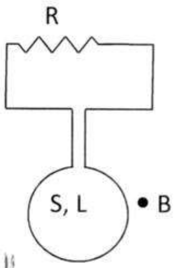
In alternativa si può scrivere il momento $\bar{M} = \bar{m} \times \bar{B} = mB \operatorname{sen}\theta(m,B)$ che è nullo per $\theta = 0; \pi$

L'eq. è stabile per $\theta = 0$ ... come sopra

Prova scritta di Fisica 2 19.10.2017

Esercizio n.3 **[10 punti]**

Si consideri il circuito indicato in figura, composto da una spira ideale di superficie S e induttanza L, collegata ad una resistenza R. La spira è immersa in un campo B perpendicolare al piano della spira che, per tempi $t \geq 0$, assume i valori $B(t) = \alpha t^2 + \beta t$. Per $t < 0$ il campo B è nullo. Scrivere l'equazione diffenziale che darebbe, se risolta, l'espressione della corrente I(t) che scorre in R per $t \geq 0$. Supponendo ora che l'induttanza L sia trascurabile, si calcoli l'energia dissipata nel circuito fra il tempo t=0 ed il tempo t'.



Dati: *$S = 1\ cm^2$; $R = 1\ m\Omega$; $\alpha = 1\ T/s^2$; $\beta = 1/3\ \ T/s$; $t' = 3\ s$*

- Nella spira si genera una f.e.m. indotta

$$f = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[S\cdot(\alpha t^2+\beta t)\right] = -S\left[2\alpha t+\beta\right]$$

Il segno - indica che la corrente sarà in verso orario.

L'equazione è $f = R\,i(t) + L\frac{d}{dt}i(t)$,

quindi $S[2\alpha t+\beta] = R\,i(t) + L\frac{d}{dt}i(t)$.

- Se $L = 0 \Rightarrow i(t) = \frac{f}{R} = \frac{S[2\alpha t+\beta]}{R}$ e

l'energia dissipata $U = \int_0^{t'} R\,i^2(t)\,dt =$

$$= R\frac{S^2}{R^2}\int_0^{t'}\left[4\alpha^2t^2+\beta^2+4\alpha\beta t\right]dt$$

$$= \frac{S^2}{R}\left[\frac{4}{3}\alpha^2t^3+\beta^2t+2\alpha\beta t^2\right]_0^{t'} =$$

$$= \frac{10^{-8}}{10^{-3}}\left[\frac{4}{\cancel{3}}1\cdot 3^{\cancel{3}\,2} + \frac{1}{3^{\cancel{2}}}\cancel{3} + 2\cdot 1\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\cdot 3^{\cancel{2}}\right] = {,}42\ mJ$$

$$36 + \cancel{\frac{1}{3}} + 6$$

si trascura

Nota: Tutti i calcoli possono essere fatti con l'approssimazione del 10%, compresi i valori delle costanti fondamentali.